В.И. Моисеев

Атомизм и феномен поликвантической математики

Тезисы доклада

1. *Атом как неделимое*. Рассмотрение *оператора n-деления* $Д_n$ на числах, где $Д_n x = x/n$ – деление на n, и n>1, n – натуральное число. Отсюда можно определить делимое и неделимое: x есть *делимое* (*том*) е.т.е. $\exists n>1(Д_n x \neq x)$; x есть *неделимое* (*атом*) е.т.е. $\forall n>1(Д_n x = x)$. Таким образом, атом – это неподвижная точка (собственный элемент) любого оператора n-деления. Атом инвариантен относительно любых делений (неделим).
2. *Аксиома позитивности* атома: «Атом есть нечто (не есть ничто)». Это можно интерпретировать как числовое неравенство $x>0$. Отличие атома и пустоты. Атом не есть ноль, но некоторая минимальная ненулевая величина.
3. *Антиномия атомистичности*: «атом есть нечто и ничто». В самом деле, согласно аксиоме позитивности, если x – атом, то $x>0$, т.е. $x \neq 0$. В то же время, из определения атома как неделимого следует, что $x=0$, т.к. условие $x/n = x$ при $n>1$ выполняется только для 0. Таким образом, для атома x получаем, что ($x \neq 0$ и $x = 0$) – противоречие.
4. Антиномия атомистичности была неоднократно представлена в истории рациональной мысли, например, в истории философии или математики. В философии можно привести в качестве примера *апории Зенона*. Из 4-х наиболее известных апорий можно выделить апории против континуализма («Ахиллес и черепаха», «Дихотомия») и против атомизма («Стрела», «Стадий»). В последних показывается, что если атом есть ноль, то движение невозможно («Стрела»); если же атом есть не ноль, то он оказывается делимым («Стадий»). Вывод: атом не может быть только нулём или только не нулём, он должен быть «ненулевым нулём». Позднее попытка выражения такого состояния возникает в математическом анализе в лице понятия актуальной бесконечной малой (версия Лейбница). В 20 в. этот подход был формализован в нестандартном анализе А.Робинсона. Но здесь атом не является конечным, в то время как во многих атомистических традициях (античный атомизм, современный научный атомизм) атом мыслится конечным эмпирическим объектом (*требование конечности (финитности) атома*).
5. *Новый подход*: рассмотрим *пары* (x,y) и их *реализации* $r(x,y) = x + R^{-1}_m(y)$, где R^{-1}_m – функция, изометрически сжимающая числовую ось в интервал (-m,+m), где m – достаточно малое положительное число. Определим оператор n-деления $Д_n$ для таких пар по правилу: $Д_n(x,y) = (x/n,y)$, т.е. как действие только на первую координату пары. Далее для пар (x_1,y_1) и (x_2,y_2) введём отношение *близости* «≈» по правилу: $(x_1,y_1) \approx (x_2,y_2)$ е.т.е. $x_1 = x_2$; а также

отношение *равенства*: $(x_1,y_1) = (x_2,y_2)$ е.т.е. $x_1 = x_2$ и $y_1 = y_2$. На парах также может быть введено отношение порядка: $(x_1,y_1) < (x_2,y_2)$ е.т.е. $r(x_1,y_1) < r(x_2,y_2)$. *В этом случае мы можем принять в качестве атома пару (0,y), где y>0*. Для такой пары, с одной стороны, будет выполнено определение неделимости: $\forall n>1(Д_n(0,y) = (0,y))$. С другой стороны, пара (0,y) будет больше нуля (0,0). Наконец, реализация пары (0,y) будет конечным числом $r(0,y) = R^{-1}{}_m(y)$. Таким образом, будут одновременно выполнены три условия: 1) неделимости, 2) позитивности, 3) конечности. Пара (0,y) может рассматриваться как наиболее адекватное математическое выражение состояния атома. Кроме того, парой (0,y) разрешается антиномия атомистичности. Такое разрешение можно представить в следующем виде: $(0,y) \approx 0$ и $(0,y) \neq 0$, где 0 – это пара (0,0).

6. Как можно интерпретировать пару (x,y)? В этом случае предполагается *двуслойность количества*, когда есть количество базового слоя (*базовое количество*) и количество несравнимо малого слоя (*несравнимо малое количество*). Каждая величина x базового количества является центром возможного бесконечного семейства несравнимо малых величин $R^{-1}{}_m(y)$, откладываемых от этого центра. Такое семейство можно называть «*монадой*». Здесь возникает аналогия с нестандартным анализом, но в последнем монады являются *бесконечно малыми*, в то время как в новом подходе они *R-конечны* (конечны в реализациях с использованием функций вида $R^{-1}{}_m$). Такую структуру количества можно понимать как особое количественное состояние – *двуслойное финитное количество*. В общем случае можно говорить о *многослойных состояниях количества*. Таким образом, *идеей атомизма предполагается многослойное состояние количества*. Центральную роль в «приготовлении» многослойных количественных состояний играют функции вида $R^{-1}{}_m$ – так называемые *R-функции*. Аппарат R-функций лежит в основе так называемого *R-анализа* (см. [1-3]).
7. В общем случае можно ввести представление о том, что количество способно находиться в разных *состояниях*. Каждое *состояние количества* образует относительно замкнутую систему всех элементов, соизмеримых с некоторым выделенным элементом («единицей»). Примеры состояний количества: множества образов рациональных чисел в каждом количественном слое (для базового слоя x пар (x,y) с реализацией $r(x,y) = x + R^{-1}{}_m(y)$ это множество обычных рациональных чисел Q; для монады $\{x+R^{-1}{}_m(y): y \in R\}$ это множество всех рациональных образов $\{x+R^{-1}{}_m(y): y \in Q\}$). Иррациональные I и вещественные числа R требуют уже структуры двуслойного количества. Образы вещественных чисел в каждом слое можно рассматривать как *пополненное состояние количество* данного слоя.
8. В современной математике господствует базовое состояние количества, относительно которого количества других слоёв или отсутствуют, или переведены в состояния бесконечно малых/больших (например, для пары (x,y) в нестандартном анализе может быть

использована реализация $r^*(x,y) = x + \varepsilon y$, где ε – некоторая выделенная бесконечно малая). Такую математику можно называть математикой одного количественного состояния (*монаквантической математикой*). Математика, исследующая более соизмеримые между собой различные (в том числе многослойные) состояния количества (представляющие скоординированную систему R-конечных количественных состояний), может называться *поликвантической математикой*. Атомизм может быть адекватно выражен только в рамках поликвантической математики.

9. Точнее говоря, в многослойном количестве величины разных слоёв имеют в отношении друг к другу и момент бесконечности (*инфинитности*), и момент конечности (*финитности*). Многослойные количественные величины (типа пар (x,y)) выступают в этом случае как *инварианты* разных количественных слоёв, как своего рода инварианты финитного и инфинитного – как *фин-инфиниты*. *Атом представляет собой в этом случае один из видов фин-инфинитов*. Момент финитности выражен в его конечной реализации $r(0,y) = R^{-1}_m(y)>0$. Момент инфинитности – в его неделимости $\forall n>1(Д_n(0,y) = (0,y))$.

Литература

1. Моисеев В.И. Логика открытого синтеза: в 2-х тт. Т.1. Структура. Природа. Душа. Кн.2. – СПб.: ИД «Міръ», 2010. – С.123-234 (http://vyacheslav-moiseev.narod.ru/Logic_Synth/LOS_1_2.pdf).
2. Моисеев В.И. К философии и математике R-анализа. Часть 1 // Credo New, № 3 (63), 2010. – С. 73-85 (http://credonew.ru/content/view/935/62/).
3. Моисеев В.И. К философии и математике R-анализа. Часть 2 // Credo New, № 4 (64), 2010. (http://credonew.ru/content/view/955/62/).